سلم تصحيح مادة بحوث العمليات لطلاب السنة الرابعة (تعليم مفتوح) للدورة الفصلية الثانية من العام الدراسي 2025/2024م

أجب عن الأسئلة الآتية:

السؤال الأول: ليكن لدينا مصفوفة تكلفة النقل الآتية: **(50 درجة)**

	B1=15	B2=25	B3=15	B4=15
A1=20	1	5	4	1
A2=30	3	4	2	4
A3=20	2	2	6	0

والمطلوب:

1- أوجد أقل تكلفة ممكنة لنقل الكميات من مصدرها إلى مراكز الطلب بطريقة الركن الشمالي الغربي.

2- تحسين الحل باستخدام الطريقة المعدلة (المطورة).

الجواب:

الطلب الأول: نقوم بتعبئة الخلايا وفق طريقة الركن الشمالي الغربي وفق الجدول الآتي:

تشكيل جدول توزيع تكلفة النقل حسب طريقة الركن الشمالي الغربي:
..... (5 درجات فقط).

	B1=15	B2=25	B3=15	B4=15
A1=20	1 15	5 5	4	1
A2=30	3	4 20	2 10	4
A3=20	2	2	6 5	0 15

F(X) = 15 (1) +5 (5) +20 (4) +10 (2) +5 (6) +15 (0)

F(X) =170 . **.. (درجة واحدة فقط)**

الطلب الثاني:

شروط الحل :

الطلب = العرض = 70 وحدة

عدد الخلايا الممتلئة = (عدد الأسطر + عدد الأعمدة) – 1

6 = 6 **الشرط محقق** **.. (درجة واحدة فقط)**

تشكيل جدول تطوير الحل الأول: **..... (5 درجات فقط).**

	B1=15	B2=25	B3=15	B4=15	ui
A1=20	1 15	5 5	4	1	u1=0
A2=30	3	4 20	2 10	4	u2=-1
A3=20	2	2	6 5	0 15	u3=3
vj	v1=1	v2=5	v3=3	v4=-3	

حساب القيم المساعدة:

(Ui + Vj) = تكلفة الخلية الممتلئة .. (درجة واحدة فقط)

نفترض أن: u1 = 0

$(0 + v1) = 1$ ، $v_1 = 1$ **.. (نصف درجة فقط)**

$(0 + v2) = 5$ ، $v_2 = 5$ **.. (نصف درجة فقط)**

$(u2 + 1) = 1$ ، $u_2 = -1$ **.... (نصف درجة فقط)**

$(-1 + v3) = 1$ ، $v_3 = 3$ **.. (نصف درجة فقط)**

$(3 + u3) = 6$ ، $u_3 = 3$ **.. (نصف درجة فقط)**

$(3 + v4) = 0$ ، $v_4 = -3$ **.. (نصف درجة فقط)**

حساب المسار الأمثل لتطوير الحل (الخلايا الفارغة):

X_{ij} =تكلفة الخلية الفارغة$-(ui+vj)$ **.. (درجة واحدة فقط)**

$X_{13} = 4-(0+3) = 1$ **.. (نصف درجة فقط)**

$X_{14} = 1-(0-3) = 4$ **.. (نصف درجة فقط)**

$X_{21} = 3-(-1+1) = 3$ **.. (نصف درجة فقط)**

$X_{24} = 4-(-1-3) = 8$ **.. (نصف درجة فقط)**

$X_{31} = 2-(3+1) = -2$ **.. (نصف درجة فقط)**

$X_{32} = 2-(3+5) = -6$ **.. (نصف درجة فقط)**

نلاحظ أن هنالك قيمة سالبة في المسارات أعلاه، لذلك لابد من تطوير الحل عن طريق اختيار المسار الأشد سلبية من بين المسارات السابقة.

$X_{32} = 2-4+2-6 = -6$ **.. (درجة واحد فقط)**

نختار أقل قيمة من العناصر المغطاة والمقابلة للإشارات السالبة في هذا المسار.

$$\text{Min}\{\ \partial 1, \partial 2\ \} = \{\ 20, 5\ \} = 5$$

تشكيل جدول تطوير الحل الثاني: **. .... (5 درجات فقط).**

	B1=15	B2=25	B3=15	B4=15	ui
A1=20	1 15	5 5	4	1	u1=0
A2=30	3	4 15	2 15	4	u2=-1
A3=20	2	2 5	6	0 15	u3=-3
vj	v1=1	v2=5	v3=3	v4=3	

F(X) = 15 (1) + 5(5) + 15 (4) + 15 (2) + 5 (2) + 15 (0)

F(X) =140. **. (درجة واحدة فقط)**

عدد الخلايا الممتلئة = (عدد الأسطر + عدد الأعمدة) – 1

6 = 6 **الشرط محقق**

حساب القيم المساعدة:

(Ui + Vj) = تكلفة الخلية الممتلئة

سلم تصحيح مادة بحوث العمليات لطلاب السنة الرابعة (تعليم مفتوح) للدورة الفصلية الثانية من العام الدراسي 2025/2024م

نفترض أن: u1 = 0

$(0 + v1) = 1$ ، $v_1 = 1$ .. **(نصف درجة فقط)**

$(0 + v2) = 5$ ، $v_2 = 5$ .. **(نصف درجة فقط)**

$(u2 + 1) = 1$ ، $u_2 = -1$ .... **(نصف درجة فقط)**

$(-1 + v3) = 2$ ، $v_3 = 3$ .. **(نصف درجة فقط)**

$(5 + u3) = 2$ ، $u_3 = -3$ .. **(نصف درجة فقط)**

$(-3 + v4) = 0$ ، $v_4 = 3$ .. **(نصف درجة فقط)**

حساب المسار الأمثل لتطوير الحل (الخلايا الفارغة):

X_{ij} =تكلفة الخلية الفارغة$-(ui+vj)$

$X_{13} = 4-(0+3) = 1$ .. **(نصف درجة فقط)**

$X_{14} = 1-(0+3) = -2$ .. **(نصف درجة فقط)**

$X_{21} = 3-(-1+1) = 3$ .. **(نصف درجة فقط)**

$X_{24} = 4-(-1+3) = 2$ .. **(نصف درجة فقط)**

$X_{31} = 2-(-3+1) = 4$ .. **(نصف درجة فقط)**

$X_{33} = 6-(-3+3) = 6$ .. **(نصف درجة فقط)**

نلاحظ أن هنالك قيمة سالبة في المسارات أعلاه، لذلك لابد من تطوير الحل عن طريق اختيار المسار الأشد سلبية من بين المسارات السابقة.

$X_{14} = 1-0+2-5 = -2$.. **(درجة واحدة فقط)**

نختار أقل قيمة من العناصر المغطاة والمقابلة للإشارات السالبة.

Min { $\partial 1, \partial 2$ } = { 15 , 5 } = 5

تشكيل جدول تطوير الحل الثالث: ..... **(5 درجتان فقط).**

	B1=15	B2=25	B3=15	B4=15	ui
A1=20	1 15	5	4	1 5	u1=0
A2=30	3	4 15	2 15	4	u2=1
A3=20	2	2 10	6	0 10	u3=-1
vj	v1=1	v2=3	v3=1	v4=1	

F(X) = 15 (1) + 5 (1) + 15 (4) +15 (2) + 10 (2)+ 10 (0)

F(X) =130. **(درجة واحدة فقط)** .

عدد الخلايا الممتلئة = (عدد الأسطر + عدد الأعمدة) – 1

6 = 6 **الشرط محقق**

حساب القيم المساعدة: **(Ui + Vj) =تكلفة الخلية الممتلئة**

نفترض أن: u1 = 0

$(0 + v1) = 1$ ، $v_1 = 1$ .. **(نصف درجة فقط)**

$(0 + v4) = 1$ ، $v_4 = 1$ .. **(نصف درجة فقط)**

$(u2 + 3) = 4$ ، $u_2 = 1$ .... **(نصف درجة فقط)**

$(1 + v3) = 2$ ، $v_3 = 1$ .. **(نصف درجة فقط)**

$(-1 + v2) = 2$ ، $v_2 = 3$ .. **(نصف درجة فقط)**

$(u3 + 1) = 0$ ، $v_4 = -1$ .. **(نصف درجة فقط)**

حساب المسار الأمثل لتطوير الحل (الخلايا الفارغة):

X_{ij} =تكلفة الخلية الفارغة$-(ui+vj)$

$X_{12} = 5-(0+3) = 2$ .. **(نصف درجة فقط)**

$X_{13} = 4-(0+1) = 3$ .. **(نصف درجة فقط)**

$X_{21} = 3-(1+1) = 1$ .. **(نصف درجة فقط)**

$X_{24} = 4-(-1+1) = 2$ .. **(نصف درجة فقط)**

$X_{31} = 2-(-1+1) = 2$ .. **(نصف درجة فقط)**

$X_{33} = 6-(-1+1) = 6$ .. **(نصف درجة فقط)**

نلاحظ أنه لا توجد قيمة سالبة في المسارات أعلاه، لذلك فإننا قد وصلنا الحل الأمثل.

تفسير النتائج: .. **(4 درجات فقط)**

نلاحظ عدم وجود أي قيمة سالبة في المسارات السابقة، وبذلك قد وصلنا إلى الحل الأمثل ولا حاجة إلى تطوير الحل، ولكي نحصل على أقل تكلفة نقل ممكنة يجب اتباع الخطة الآتية:

1. يجب أن ننقل 15 وحدة من مركز العرض الأول إلى مركز الطلب الأول.
2. يجب أن ننقل 5 وحدات من مركز العرض الأول إلى مركز الطلب الرابع.
3. يجب أن ننقل 15 وحدة من مركز العرض الثاني إلى مركز الطلب الثاني.
4. يجب أن ننقل 15 وحدة من مركز العرض الثاني إلى مركز الطلب الثالث.
5. يجب أن ننقل 10 وحدات من مركز العرض الثالث إلى مركز الطلب الثاني.
6. يجب أن ننقل 10 وحدات من مركز العرض الثالث إلى مركز الطلب الرابع.

وبذلك نكون قد وصلنا إلى أقل تكلفة ممكنة لنقل وهي 130= **F(X)**

السؤال الثاني: لدينا مسألة البرمجة الخطية الآتية: **(50درجة)**

$$MAX\ Z = 2X_1 + 3X_2$$

$$X_1 + 2X_2 \le 20$$

$$X_1 + X_2 \le 12$$

$$X_1 , X_2 \ge 0$$

والمطلوب: أوجد الحل الأمثل لمسألة البرمجة الخطية السابقة باستخدام طريقة السمبلكس.

الجواب: نقوم بتحويل المتراجحات إلى معادلات عن طريق وذلك وفق الترتيب الآتي:

$Z - 2X_1 - 3X_2 + 0S_1 + 0S_2 = 0$ ..... **(درجتان فقط)**

$X_1 + 2X_2 + S_1 + 0S_2 = 20$ ..... **(درجتان فقط)**

$X_1 + X_2 + 0S_1 + S_2 = 12$ ..... **(درجتان فقط)**

$X_1 , X_2 \ge 0$ ..... **(درجتان فقط)**

تشكيل جدول السمبلكس الأول: ..... **(6 درجات).**

	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	B
Z	1	-2	-3	0	0	0
S_1	0	1	**2**	1	0	20
S_2	0	1	1	0	1	12

ملاحظة: (كل خطأ يقع فيه الطالب عند تشكيل الجدول يفقد درجة واحدة فقط، وفي حال أصبح مجموع الأخطاء يساوي (5) يفقد علامة تشكيل الجدول كاملة).

ننظر إلى سطر دالة الهدف (Z) فنجد أن هنالك قيم سالبة فيه، ولذلك نحن بحاجة إلى تطوير الحل باستخدام الخطوات الآتية:

1. **تحديد العمود المحوري:** ننظر إلى سطر دالة الهدف (Z) ونختار العمود الذي يحوي أشد قيمة سالبة فيه، مما يعني أن العمود **X_2** هو العمود المحوري. ..... **(درجة واحدة فقط)**
2. **تحديد السطر المحوري:** ونقوم بحساب **∂** عن طريق قسم كل عنصر من عناصر عمود الثوابت على ما يقابلها من عناصر العمود المحوري مع اهمال القيم السالبة، ومن ثم نقوم باختيار أصغر قيمة من بين قيم **∂** الناتجة.

$$\partial 1 = {}^{20}/_{2} = 10 \qquad \partial 2 = {}^{12}/_{1} = 12$$

$$Min\{\ \partial 1 , \partial 2\ \} = \{\ 10 , 12\ \} = 10$$ .. **(درجة واحدة فقط)**

3. **تحديد العنصر المحوري وطريقة احتساب عناصره:** ينتج عن تقاطع العمود المحوري مع السطر المحوري، فيكون العنصر المحوري لجدول السمبلكس الأول هو العدد (2)، وبعد ذلك نقوم بتقسيم العنصر المحور على نفسه ونجعل بقية عناصر العمود المحوري أصفار. .. **(درجة واحدة فقط)**
4. **حساب عناصر الشطر المحوري:** نقسم عناصر السطر المحوري على العنصر المحوري.
5. **حساب بقية العناصر في الجدول الجديد:** ويتم ذلك عن طريق استخدام القانون الأتي: .. **(درجتان فقط)**

$$\text{العنصر الجديد} = \text{العنصر القديم} - \frac{\text{ما يقابله من العمود المحوري} \times \text{ما يقابله من السطر المحوري}}{\text{العنصر المحوري}}$$

تطبيق القانون: ..... **(5 درجات).**

$$X_{11} = 1 - \frac{0\ X - 3}{2} = 1$$

$$X_{12} = -2 - \frac{1\ X - 3}{2} = -{}^{1}/_{2}$$

$$X_{14} = 0 - \frac{1\ X - 3}{2} = {}^{3}/_{2}$$

$$X_{15} = 0 - \frac{0\ X - 3}{2} = 0$$

$$X_{16} = 0 - \frac{20\ X - 3}{2} = 30$$

$$X_{31} = 1 - \frac{1\ X\ 1}{2} = {}^{1}/_{2}$$

$$X_{32} = 1 - \frac{1\ X\ 1}{2} = {}^{1}/_{2}$$

$$X_{34} = 0 - \frac{1\ X\ 1}{2} = -{}^{1}/_{2}$$

$$X_{35} = 1 - \frac{1\ X\ 0}{2} = 1$$

$$X_{36} = 12 - \frac{1\ X\ 20}{2} = 2$$

ملاحظة: (كل بند من البنود السابقة يأخذ نصف علامة).

تشكيل جدول السمبلكس الثاني: ..... **(6 درجات).**

	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	B
Z	1	$-{}^{1}/_{2}$	0	${}^{3}/_{2}$	0	30
X_2	0	${}^{1}/_{2}$	1	${}^{1}/_{2}$	0	10
S_2	0	**${}^{1}/_{2}$**	0	$-{}^{1}/_{2}$	1	2

ملاحظة: (كل خطأ يقع فيه الطالب عند تشكيل الجدول يفقد درجة واحدة فقط، وفي حال أصبح مجموع الأخطاء يساوي (5) يفقد علامة تشكيل الجدول كاملة).

ننظر إلى سطر دالة الهدف (Z) فنجد أن هنالك قيمة سالبة فيه، ولذلك نحن بحاجة إلى تطوير الحل باستخدام الخطوات الآتية:

1. **تحديد العمود المحوري:** ننظر إلى سطر دالة الهدف (Z) ونختار العمود الذي يحوي أشد قيمة سالبة فيه، مما يعني أن العمود **X_1** هو العمود المحوري. ..... **(درجة واحدة فقط)**
2. **تحديد السطر المحوري:** ونقوم بحساب **∂** عن طريق قسم كل عنصر من عناصر عمود الثوابت على ما يقابلها من عناصر العمود المحوري مع اهمال القيم السالبة، ومن ثم نقوم باختيار أصغر قيمة من بين قيم **∂** الناتجة.

$$\partial 1 = {}^{10}/_{1/2} = 20 \qquad \partial 2 = {}^{2}/_{1/2} = 4$$

$$\text{Min}\{\ \partial 1, \partial 2\ \} = \{\ 20, 4\ \} = 4$$ .. **(درجة واحدة فقط)**

3. **تحديد العنصر المحوري وطريقة احتساب عناصره:** ينتج عن تقاطع العمود المحوري مع السطر المحوري، فيكون العنصر المحوري لجدول السمبلكس الثاني هو العدد $(1/2)$، وبعد ذلك نقوم بتقسم العنصر المحور على نفسه ونجعل بقية عناصر العمود المحوري أصفار.

.. **(درجة واحدة فقط)**

4. **حساب عناصر الشطر المحوري:** نقسم عناصر السطر المحوري على العنصر المحوري.
5. **حساب بقية العناصر في الجدول الجديد:** ويتم ذلك عن طريق استخدام القانون الأتي:

$$\text{العنصر الجديد} = \text{العنصر القديم} - \frac{\text{ما يقابله من العمود المحوري} \times \text{ما يقابله من السطر المحوري}}{\text{العنصر المحوري}}$$

تطبيق القانون: ..... **(5 درجات).**

$$X_{11} = 1 - \frac{0\ X - 1/2}{1/2} = 1$$

$$X_{13} = 0 - \frac{0\ X - 1/2}{1/2} = 0$$

$$X_{14} = 3/2 - \frac{-1/2\ X - 1/2}{1/2} = 1$$

$$X_{15} = 0 - \frac{0\ X - 1/2}{1/2} = 1$$

$$X_{16} = 30 - \frac{2\ X - 1/2}{1/2} = 32$$

$$X_{21} = 0 - \frac{0\ X\ 1/2}{1/2} = 0$$

$$X_{23} = 1 - \frac{0\ X\ 1/2}{1/2} = 1$$

$$X_{24} = 1/2 - \frac{-1/2\ X\ 1/2}{1/2} = 1$$

$$X_{25} = 0 - \frac{1\ X\ 1/2}{1/2} = -1$$

$$X_{26} = 10 - \frac{2\ X\ 1/2}{1/2} = 8$$

ملاحظة: (كل بند من البنود السابقة يأخذ نصف علامة).

تشكيل جدول السمبلكس الثالث: ..... **(6 درجات).**

	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	B
Z	1	0	0	1	1	32
X_2	0	0	**1**	1	-1	8
X_1	0	1	0	-1	2	4

ملاحظة: (كل خطأ يقع فيه الطالب عند تشكيل الجدول يفقد درجة واحدة فقط، وفي حال أصبح مجموع الأخطاء يساوي (5) يفقد علامة تشكيل الجدول كاملة).

تفسير النتائج: .. **(6 درجات فقط)**

ننظر إلى سطر دالة الهدف (Z) فنجد أن جميع القيم موجبة أو أصفار، وبذلك فقد وصلنا إلى الحل الأمثل، وعلينا تطبيق خطة الإنتاج الأتية:

1. يجب أن ننتج 8 وحدات من X_2 حتى نحقق أعظم ربح ممكن.
2. يجب أن ننتج 4 وحدات من X_1 حتى نحقق أعظم ربح ممكن.
3. نعوض قيمة X_1 و X_2 في دالة الهدف ونجد أن:

$$MAX\ Z = 2X_1 + 3X_2 = 2\ (4) + 3\ (8) = 32$$

وهي قيمة أعظم ربح ممكن.

مدرس المقرر

د. حسام حيدر